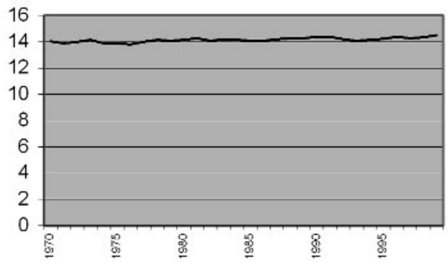
Hinweise zur Aufgabe „Erderwärmung“

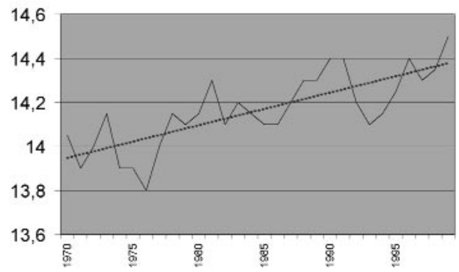
Mögliche Lösung:

a) Die globale Erwärmung wird von Menschen mit verursacht, hat aber auch natürliche Ursachen:
- u.a. Verbrennung fossiler Energieträger (führte zu einer Erhöhung der Treibhausgaskonzentration in der Atmosphäre)
- im Südpolarmeer produziertes Tiefenwasser beeinflusst die Wasserzirkulation und somit die thermische Umwälzung.
  Nach wissenschaftlichen Erkenntnissen hat diese Tiefenwasserproduktion sich in den letzten 800 Jahren um ein Drittel verringert, so dass dies möglicherweise die Erwärmung der Meere und des Klimas mit verursacht.

b) Ab dem Jahr 1973 beginnt die jährliche Durchschnittstemperatur bis ins Jahr 1976 zu sinken. Eine mögliche Ursache könnte z.B. die weltweite Ölkrise 1973 und die daraus resultierende Verringerung des CO_2-Ausstoßes sein.

c) Anhand dieser Daten wird ein gewisser Trend, nämlich ein ansteigender Temperaturverlauf, ersichtlich. Um diesen Trend darzustellen oder um ihn mit Hilfe der Grafik zu widerlegen, empfiehlt es sich, einen Graphen mit der Zeit als Abszissenabschnitt und der Durchschnitttemperatur als Ordinatenabschnitt anzufertigen.

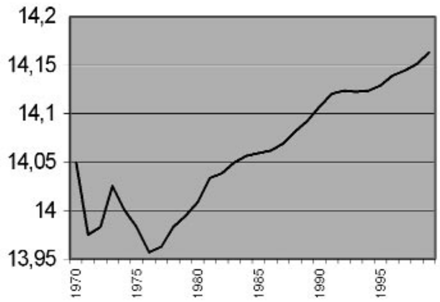




Obwohl den beiden hier abgebildeten Graphen die oben stehenden Temperaturdaten zugrunde liegen, vermitteln sie einen konträren Eindruck. Während die linke Grafik eine eher kaum wahrnehmbare Zunahme der Durchschnittstemperatur darzustellen scheint, ist bei der rechten ein deutlicher Aufwärtstrend (gestrichelte Trendlinie) zu erkennen. Dies begründet sich in der unterschiedlichen Skalierung der Ordinate (links absolut / rechts partiell).

Hinweise zur Aufgabe „Erderwärmung“

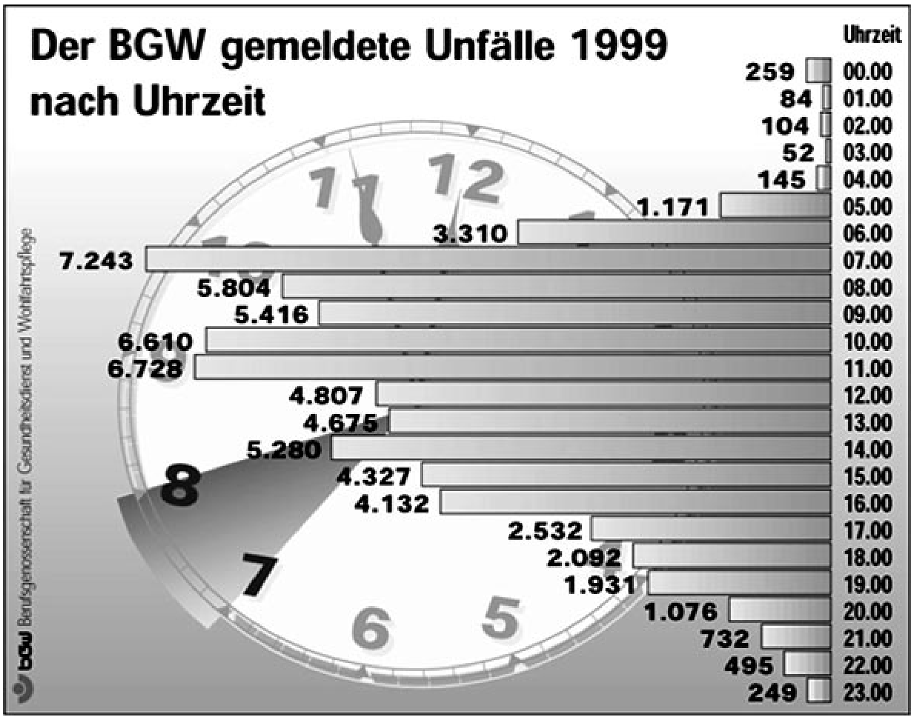
d) Hilfreich für die Beantwortung dieser Frage kann z.B. der rechts abgebildete – aus den oben stehenden Daten entwickelte – Graph sein. In ihm sind auf der Abszisse die Temperaturmittelwerte des jeweiligen Intervalls [1970, x (Jahr)] abgetragen. Deutlich wird, dass seit 1976 die Durchschnittstemperatur der Jahre (nicht die jährliche!) fast monoton wächst und man somit auch von einem allgemeinen Anstieg der globalen Durchschnittstemperatur sprechen kann.



Mögliche methodische Umsetzung:
Fishbowl (je zwei Vertreter von Umweltgruppen und von Wirtschaftsverbänden als Teilnehmer; Publikum in der Rolle der Politiker, die diese Entwicklung abschließend zu beurteilen haben).
Die Aufgabe könnte in einem fächerübergreifenden Projekt behandelt werden, um z.B. zu klären, welche Faktoren Einfluss auf die Erderwärmung haben oder wie die weltweite Durchschnittstemperatur ermittelt wird. Die Schüler könnten selbst zu Hause über längere Zeiträume Temperaturen messen, diese in der Klasse vergleichen, Durchschnittswerte bestimmen und Messverfahren reflektieren.

Crash hour

Die folgende Grafik zeigt, wie viele der im Jahr 1999 registrierten Unfälle zu welcher Uhrzeit passierten.



a) Zu welcher Uhrzeit traten die meisten bzw. die wenigsten Unfälle ein? Versuche Erklärungen dafür zu finden.

b) Kann man daraus folgern, dass es zu den in Aufgabe a) gefundenen Zeiten am wahrscheinlichsten bzw. unwahrscheinlichsten ist in einen Unfall verwickelt zu werden? Begründe.

Hinweise zur Aufgabe „Crash hour“

Mögliche Lösung:

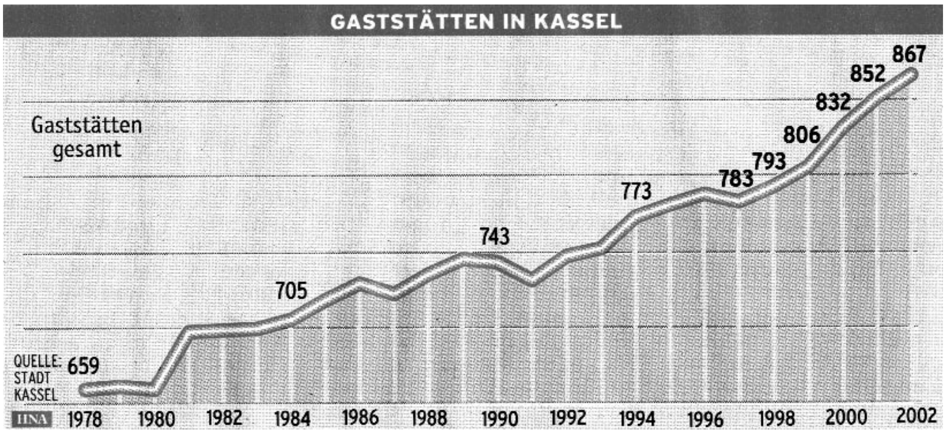
a) Die meisten Unfälle geschehen morgens zwischen 7 und 8 Uhr, wenn die meisten Menschen zur Arbeit, Schule etc. fahren bzw. mit ihrer Arbeit beginnen. Die wenigsten Unfälle passieren zwischen 3 und 4 Uhr morgens, wenn nur wenige Menschen wach sind.

b) Da diese Wahrscheinlichkeit davon abhängt wie viele Unfälle passieren und wie viele Menschen um diese Zeit aktiv sind, kann aufgrund der Unkenntnis über die Arten der in dieser Grafik erfassten Unfälle keine Aussage über die Unfallwahrscheinlichkeit getroffen werden. Beispielsweise spielt für die Wahrscheinlichkeit in einen Verkehrsunfall verwickelt zu werden die Anzahl und Art der Verkehrsteilnehmer eine Rolle. Die theoretische Wahrscheinlichkeit zu einer bestimmten Zeit in einen Unfall verwickelt zu werden, ließe sich bei Kenntnis der Anzahl „möglicher Unfallverursacher“ berechnen. Die Aussagekraft dieses Wertes wäre jedoch nur gering, da weitere Parameter wie persönliche Eigenschaften (Alter, Fahrerfahrung,…), emotionale Befindlichkeiten (unter Druck, verärgert,…), Verkehrsdichte u.ä. unberücksichtigt blieben.

Mögliche methodische Umsetzung:
Einzel-, Partnerarbeit (zur Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit gegenseitig Begründungen nennen)

Kneipensterben

Die folgende Grafik stellt die Anzahl der Gaststätten in Kassel dar. Sie entstammt der Tageszeitung *Hessisch Niedersächsische Allgemeine* (HNA) vom 5. Februar 2003:



Immer mehr Gastronomen in Kassel machen Pleite oder wirtschaften am Existenzminimum. ...

Du schaffst morgens lediglich den ersten Satz des zu der Grafik gehörenden Artikels (siehe Bildunterschrift) zu lesen und dir das Diagramm anzuschauen, bevor du das Haus verlassen musst.

Kannst du dir erklären, was in Kassels Kneipenszene los ist?

Hinweise zur Aufgabe „Kneipensterben“

Mögliche Lösung:

Die Aussagen der Grafik (Zunahme der Kneipenanzahl bis zum Jahr 2002) und des Textes (Kneipensterben im Februar 2003) scheinen sich zunächst zu widersprechen. Es gibt aber mindestens zwei Erklärungsversuche:

- Die Kneipenanzahl in Kassel hat bis in das Jahr 2002 ständig zugenommen. Die Anzahl der Kneipen ist dadurch größer als der Bedarf, so dass sich der Markt zu Beginn des Jahres 2003 bereinigt und die überzähligen Kneipen Pleite gehen.
- Es gehen zwar immer mehr Kneipen Pleite, aber dessen ungeachtet machen noch mehr neue Kneipen auf.

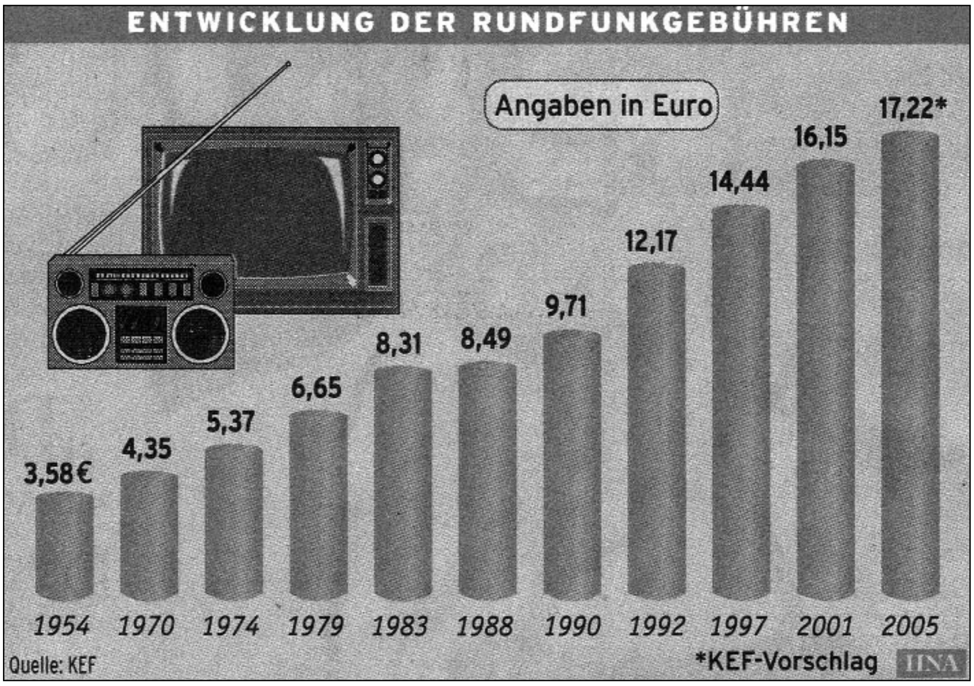
Ergänzende Fragestellung:
Ein Jahr später ist die folgende Grafik in der HNA (24. Januar 2004) abgebildet:

Unterstützt diese Grafik einen der zuvor gefundenen Erklärungsversuche oder bedarf es dadurch evtl. eines neuen Erklärungsversuchs?

Mögliche methodische Umsetzung:
Partner-, Gruppenarbeit (zur Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit gegenseitig Begründungen nennen)

Ein (teurer?) Platz in der ersten Reihe

Die Kommission zur Ermittlung des Finanzbedarfs der öffentlich-rechtlichen Rundfunkanstalten (KEF) hat zur Aufgabe herauszufinden, wie viel Geld die öffentlich-rechtlichen Fernsehsender wie z.B. ARD und ZDF benötigen, um ihr Programm in der gleichen Qualität unverändert weiter senden zu können. So hat diese Kommission erst kürzlich ermittelt, dass eine Erhöhung der Rundfunkgebühren um 1,07 Euro ab 2005 notwendig sei.
Die unten abgebildete Grafik wurde im Auftrag der KEF erstellt und stellt die Entwicklung der Rundfunkgebühren dar.



a) Beschreibe den Eindruck, den die Grafik über die Entwicklung der Rundfunkgebühren vermittelt, und versuche zu begründen, woran dies liegt.

b) Erstelle eine eigene, evtl. bessere graphische Darstellung aus den Daten der obigen Grafik. Welchen Eindruck hast du nun über die Entwicklung der Rundfunkgebühren?

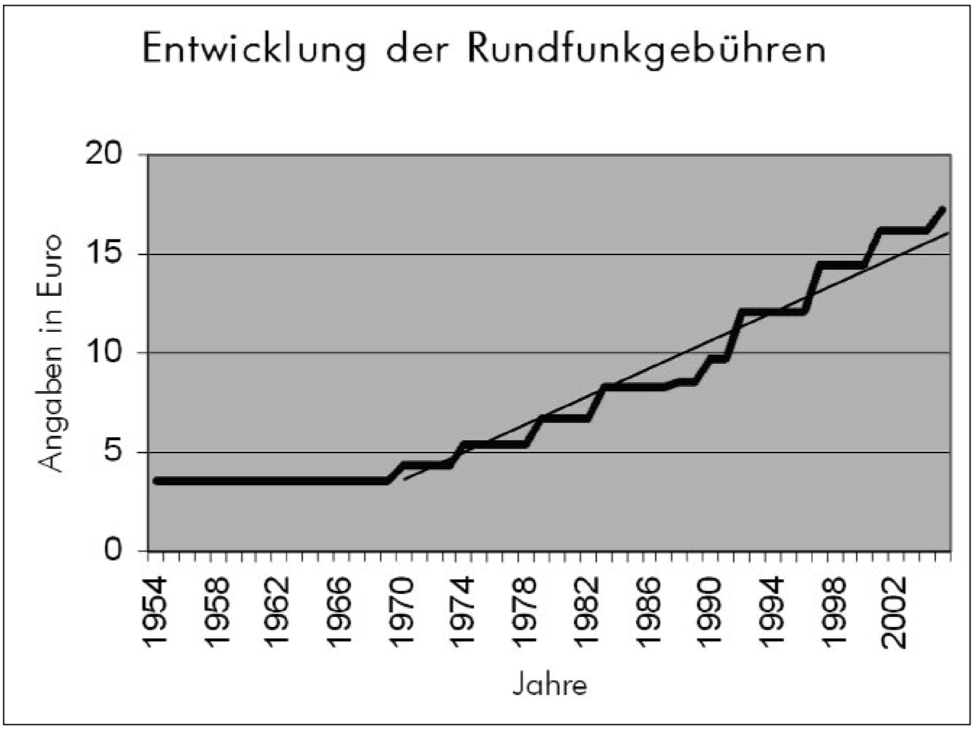
c) Wann war die Gebührenerhöhung am höchsten (niedrigsten)?

Hinweise zur Aufgabe „Ein (teurer?) Platz in der ersten Reihe“

Mögliche Lösung:

a) Die Grafik erweckt den Eindruck, dass es sich bei der Erhöhung der Gebühren um einen näherungsweise linear beschreibbaren Vorgang handelt. Dieser Eindruck entsteht – ob beabsichtigt oder zufällig durch die Zeitpunkte der Gebührenerhöhungen bedingt – durch die nicht äquidistante Einteilung der ersten Achse (Jahreszahlen).

b) Der unten dargestellte Graph mit äquidistanten Jahreszahlen zeigt, dass die Rundfunkgebühren über einen langen Zeitraum nach Beginn der Fernsehkultur konstant waren. Erst in den 70er Jahren begann ein durch eine lineare Funktion relativ gut beschreibbarer Anstieg der Rundfunkgebühren.



c) Höchste Gebührenerhöhung (absolut): um 2,46 € zwischen 1990 und 1992.
Geringste Gebührenerhöhung (absolut): um 0,18 € zwischen 1983 und 1988.
(Anmerkung: Hierbei bietet sich ein weiterer Vergleich unter Berücksichtigung der Anzahl der dazwischen liegenden Jahre an, um die „höchste“ bzw. „geringste“ Gebührenerhöhung genauer zu untersuchen.)

Mögliche methodische Umsetzung:
Partnerarbeit (zur Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit gegenseitig Begründungen nennen)

In 1 Sekunde um die Welt

Um zu bestimmen, wohin man reisen möchte, ist es ein beliebtes Spiel, einen Globus zu drehen und mit verbundenen Augen auf ihn zu tippen.

Versuche mit Hilfe der folgenden Tabelle herauszufinden, wie wahrscheinlich es ist, auf ein Land zu tippen und nicht „ins Wasser zu fallen“:

Erde 3. Planet von der Sonne	
Äquatorumfang: 40 076,5 km	Volumen: 1 083 320 000 000 km^3
Äquatordurchmesser: 12 756,34 km	Masse: $5{,}98 \cdot 10^{21}$ Tonnen
Gesamtoberfläche: 510 000 000 km^2	Temperaturen: Höchste 58°C in Libyen Niedrigste -89,6°C in der Antarktis
Oberfläche Wasser: 361 000 000 km^2	Mittlere Oberflächentemperatur: 14° C
Oberfläche Land: 149 000 000 km^2	Alter: 4,6 bis 5 Milliarden Jahre

Hinweise zur Aufgabe „In 1 Sekunde um die Welt“

Mögliche Lösung:

Die relevanten Daten für die Beantwortung der Frage sind die über die Oberfläche der Erde bzw. des Globus. Da die Erde zu ca. 70% (361 Mio. km^2 : 510 Mio. km^2) mit Wasser bedeckt ist, entspricht dies der theoretischen Wahrscheinlichkeit ins Wasser zu fallen bzw. tippt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% auf ein Reiseland. Dabei geht man jedoch davon aus, dass mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf alle Stellen des Globus getippt wird.

Anmerkung: Diese Aufgabe kann im Zusammenhang mit der Aufgabe „Weihnachtliche Rechnung“ behandelt werden.

Mögliche methodische Umsetzung:
Einzelarbeit (Übung)

100-Meter-Lauf

Athleten werden besser und besser, aber gibt es eine Grenze für menschliche Leistungen? Falls ja, wann werden wir diese erreichen? …
Läuferische Bestzeiten sind im Verlauf der Jahre immer weiter verbessert worden. Diese Verbesserung ist der Weiterentwicklung des Trainings und der Ausrüstung zuzuschreiben. Allerdings können Schuhe, eine entsprechende Ernährung sowie die Läufer nur innerhalb gewisser Grenzen besser werden.

Weltrekord-Zeiten im 100m-Lauf:

Männer	Frauen
1999 Maurice Greene (USA) 9,79 Sekunden	1988 Florence Grifith Joyner (USA) 10,49 Sekunden
1996 Donovan Bailey (CAN) 9,84 Sekunden	1984 Evelyn Ashford (USA) 10,76 Sekunden
1994 Leroy Burrell (USA) 9,85 Sekunden	1983 Evelyn Ashford (USA) 10,79 Sekunden
1991 Carl Lewis (USA) 9,86 Sekunden	1983 Marlies Göhr (GDR) 10,81Sekunden
1991 Leroy Burrell (USA) 9,90 Sekunden	1977 Marlies Göhr (GDR) 10,88 Sekunden
1988 Carl Lewis (USA) 9,92 Sekunden	1976 Annegret Richter (GER) 11,01 Sekunden
1983 Calvin Smith (USA) 9,93 Sekunden	1976 Inge Helten (GER) 11,04 Sekunden
1968 Jim Hines (USA) 9,95 Sekunden	1973 Renate Stecher (GDR) 10,8 Sekunden
1968 Jim Hines (USA) 9,9 Sekunden	1973 Renate Stecher (GDR) 10,9 Sekunden
1960 Armin Hary (GER) 10,0 Sekunden	1968 Wyomia Tyus (USA) 11,0 Sekunden
1956 Willie Williams (USA) 10,1 Sekunden	1965 Irena Kirszenstein (POL) 11,1 Sekunden

100-Meter-Lauf

1936 Jesse Owens (USA) 10,2 Sekunden	1961 Wilma Rudolph (USA) 11,2 Sekunden
1930 Percy Williams (CAN) 10,3 Sekunden	1955 Shirley Strickland (AUS) 11,3 Sekunden
	1952 Majorie Jackson (AUS) 11,4 Sekunden
	1948 Fanny Blankers-Koen (NED) 11,5 Sekunden
	1937 Stanislawa Walasiewicz (POL) 11,6 Sekunden
	1932 Tollien Schuumann (NED) 11,9 Sekunden
	1928 Myrtle Coock (CAN) 12,0 Sekunden
	1926 Gundel Wittmann (GER) 12,4 Sekunden
	1922 Mary Lines (GBR) 12,8 Sekunden
	1922 Marie Mejzlikova (TCH) 13,6 Sekunden
	1908 Siina Simola (FIN) 13,9 Sekunden

a) Schreibe die Angaben in der Tabelle der Herren so um, dass alle Zeiten auf eine Zehntelsekunde gerundet sind.

b) Stelle für die Herren eine Vorhersage für das Jahr 2020 auf und begründe diese mit den Angaben in der Tabelle.
Anm.: In 2002 stellte Tim Montgomery mit 9,78s eine neue Bestzeit über 100m auf.

c) Verfasse einen Text, der die Entwicklung der Zeiten der Damen wiedergibt.

Hinweise zur Aufgabe „100-Meter-Lauf“

Mögliche Lösung:

a) Die bis 1968 erzielten Bestzeiten wurden lediglich auf Zehntelsekunden genau gemessen, deshalb lassen sich nur die späteren Rekordzeiten auf Zehntelsekunden runden.

Jahr	1930	1936	1956	1960	1968	1968	1983	1988	1991	1991	1994	1996	1999
gemessene Zeit	10,3	10,2	10,1	10,0	9,9	9,95	9,93	9,92	9,90	9,86	9,85	9,84	9,79
auf Zehntelsekunden gerundet	-	-	-	-	-	10,0	9,9	9,9	9,9	9,9	9,9	9,8	9,8

Wären die Zeiten auch nach 1968 weiterhin nur auf Zehntelsekunden genau gemessen worden, so hätte sich erst 1996 wieder eine Verbesserung der Bestzeiten ergeben.
Die Information, ob ein Läufer mehr oder weniger als beispielsweise 9,9 s benötigt hat, geht beim Runden verloren.

b) Näherungsweise lässt sich feststellen, dass die Zeiten der Herren von 1968 bis 2002 um ca. 17 Hundertstelsekunden besser geworden sind, dies entspricht einer durchschnittlichen jährlichen Verbesserung von 0,5 Hundertstelsekunden. Legt man ein lineares Modell (problematisch!) zugrunde, so liefert dieser Ansatz von 2002 ausgehend eine Rekordzeit von ca. 9,69 s für das Jahr 2020.

c) Der Text sollte u.a. folgende Aussagen enthalten:
- Darstellung der Zeiten bereits seit Beginn des letzten Jahrhunderts.
- Die Zeit des jüngsten Weltrekords von Florence Griffith-Joyner liegt über der langsamsten dargestellten Zeit der Herren.
- Betrachtet man den Zeitraum von 1908 bis 1988, so hat sich die Zeit der Damen jährlich um etwa durchschnittlich 4,3 Hundertstelsekunden verbessert.
- Von 1926 bis 1928 wurde die Bestzeit um beachtliche 0,4 s gesteigert.

Mögliche methodische Umsetzung:
Einzelarbeit; wachsende Gruppe (Ergänzung weiterer Aussagen; Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit; Analyse der Modellannahmen)

Wahrscheinlich unwahrscheinlich

Die Presse berichtete:

Unwahrscheinlicher Zufall !!!

Am 9. November 1965 um 17:28 Uhr schlug der elfjährige Jay Hounsell mit einem Stock gegen einen Laternenpfahl – aus Spaß. Gleichzeitig gingen in ganz New York durch einen Defekt bei den Elektrizitätswerken die Lichter aus. Der Bub rannte weinend zu seiner Mutter und sagte: „Ich will' s nie wieder tun."

Was sagst du zu diesem so genannten „unwahrscheinlichen Zufall"?

Hinweise zur Aufgabe „Wahrscheinlich unwahrscheinlich"

Mögliche Lösung:

Es ist zwar sehr unwahrscheinlich, dass Jay Hounsell genau in dem Moment, in dem der Strom in New York ausfiel, vor die Laterne schlug, aber dass in einer Millionenstadt wie New York irgendein sich auf der Straße befindender Mensch zum Zeitpunkt des Stromausfalls gegen eine Laterne haut, dagegen läuft o. ä., ist relativ hoch (man könnte im Sinne einer Fermi-Aufgabe hierfür sogar eine Wahrscheinlichkeit „berechnen"). Da auf der Erde derzeit ca. 6 Milliarden Menschen leben, finden ständig für einen Einzelnen subjektiv sehr unwahrscheinliche Ereignisse statt.

Ergänzende Fragestellung:
Überlege, ob du auch schon mal solch einen unwahrscheinlichen Zufall erlebt hast? Beschreibe ihn und versuche ihn zu erklären.

Mögliche Lösung:
Z.B. will man gerade jemanden anrufen, als genau in diesem Moment das Telefon klingelt, und die Person, die man anrufen wollte, dran ist.

Mögliche methodische Umsetzung:
Partner- bzw. Gruppenarbeit (Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit)

Kerze

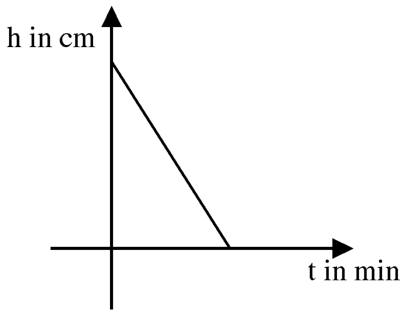
Eine 20 cm lange Kerze brennt in 12 Stunden gleichmäßig ab.

a) Zeichne den Abbrenngraphen in ein Koordinatensystem.

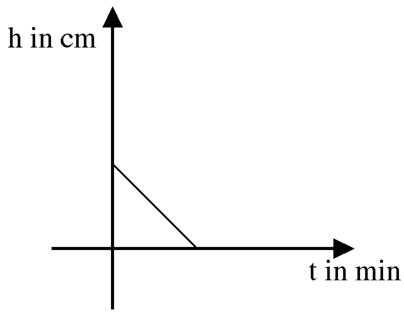
b) Welche Annahmen muss man machen, damit der Graph so gezeichnet werden darf?

c) Nachfolgend sind die Abbrenngraphen von vier zylindrischen Kerzen dargestellt. Zeichne 4 Kerzen, die zu den Graphen passen, und beschreibe das Abbrennverhalten in Worten.

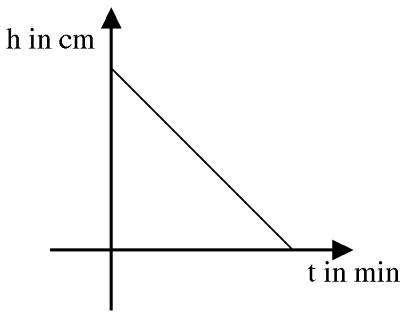
A



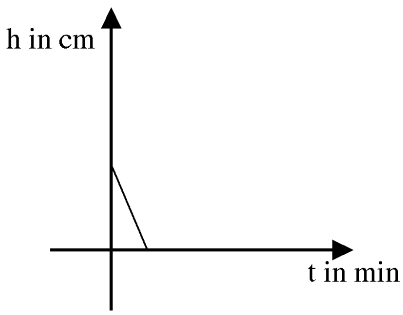
B



C



D



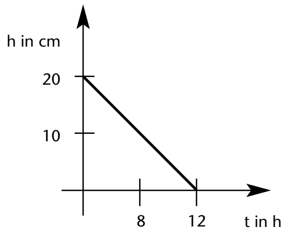
d) Wie müsste eine kegel-, eine kugelförmige Kerze abbrennen? Skizziere die Abbrenngraphen.

e) Überlege dir selbst eine möglichst interessante Kerzenform und zeichne den dazu passenden Abbrenngraphen.

Hinweise zur Aufgabe „Kerze“

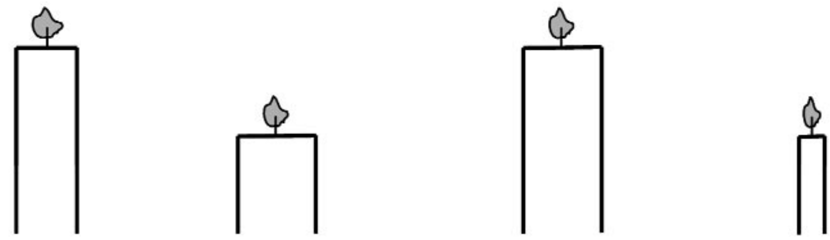
Mögliche Lösung:

a)



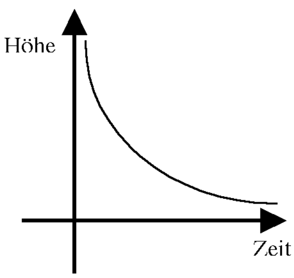
b)
- gleichmäßiges Abbrennen
- Kerze brennt durchgehend
- Kerze erlischt erst, wenn ihre Höhe null ist (theoretisch)

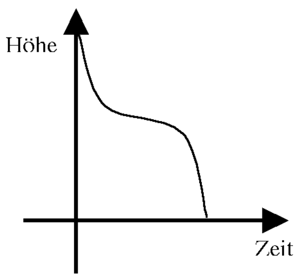
c) A B C D



- Kerze B brennt langsamer als A ab, ist daher dicker; B ist kürzer als A, daher früher abgebrannt.
- Kerze C brennt langsamer ab als A, ist also dicker; C ist genauso hoch wie A, ist daher später abgebrannt.
- Kerze D brennt schneller als A ab, ist also dünner; D ist kürzer als A, also eher heruntergebrannt.

d) Kegelförmige Kerze Kugelförmige Kerze





Mögliche methodische Umsetzung:
Wachsende Gruppe (Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit, Analyse der Modellannahmen)

Wasser Maxx

Familie Schmidt – bestehend aus zwei Erwachsenen und drei Kindern – überlegt, ob sie einen *WasserMaxx* anschaffen soll, um Mineralwasser aus Leitungswasser selbst herstellen zu können und keine Wasserkisten mehr kaufen zu müssen. Lohnt sich die Anschaffung für Familie Schmidt? Begründe.

Hinweise zur Aufgabe „Wasser Maxx“

Mögliche Lösung:
Nach ca. 4 Wochen rechnet sich die Anschaffung des WasserMaxx für diese Familie.
Wochenverbrauch der Familie = 7 · 4,2 Liter = 29,4 Liter

- Annahme: Tagesverbrauch je Kind ca. 1 Flasche Mineralwasser, für die Eltern ca. 3-4 Flaschen: ca. 6 Flaschen $\triangleq$ 4,2 Liter; d.h. ca. $3\frac{1}{2}$ Kästen Mineralwasser pro Woche.
- 1 Kasten Mineralwasser mit 12 Flaschen à 0,7 Liter kostet 4 € (8,4 Liter je Kasten).
- Kosten für 1 m^3 Leitungswasser einschl. Abwassergebühr: 4,50 €.
- Das Nachfüllen eines Kohlensäure-Zylinders kostet 4,99 €.

Anzahl Liter	40 Liter	80 Liter	120 Liter
WasserMaxx	49,99 € + 0,040 · 4,50 € ≈ 50 €	49,99 € + 0,080 · 4,50 € + 4,99 € ≈ 55 €	49,99 € + 0,120 · 4,50 € + 2 · 4,99 € ≈ 61 €
Kasten (Annahme: nur ganze Kästen werden genommen)	5 · 4 € = 20 €	11 · 4 € = 44 €	15 · 4 € = 60 €

Anmerkung: Nimmt man für die Sommermonate einen gesteigerten Verbrauch von Mineralwasser an (Pro Tag 2 Flaschen je Kind und 4 Flaschen je Erwachsener $\triangleq$ 9,8 Liter; Wochenverbrauch ca. 69 Liter), so würde sich die Anschaffung schon nach ca. 2 Wochen rentieren.

Mögliche methodische Umsetzung:
Vorbereitung durch Preisrecherche (Hausaufgabe); Kugellager mit verteilten Rollen (z.B. Außenkreis: Elternteil; Innenkreis: Sohn/Tochter); Einfluss der Modellannahmen thematisieren; ggf. Rollenspiel

Buchdruck

Obwohl es verboten ist, kopieren manche sich Bücher, statt sie zu kaufen. Unter welchen Bedingungen lohnt sich dies? Begründe.

Hinweise zur Aufgabe „Buchdruck“

Mögliche Lösung:

Lässt man unberücksichtigt, dass man sich strafbar macht, und betrachtet man nur finanzielle Aspekte, könnte man die folgende Ungleichung als Lösung erhalten:

Für Bücher mit großformatigen Seiten, so dass eine Buchseite einer Kopie entspricht:

$$\frac{\text{Buchpreis}}{\text{Seitenanzahl}} \geq \text{Seitenzahl} \cdot \text{Kopierkosten (1 Seite)} + \text{Arbeitsaufwand (in €)}$$

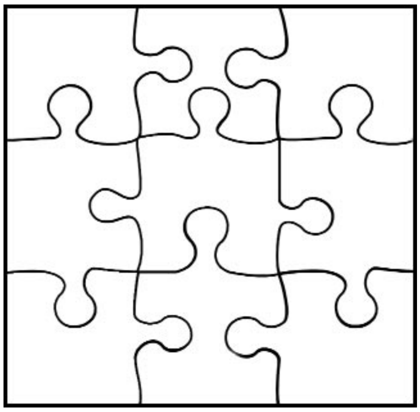
Für Bücher mit kleinformatigen Seiten, so dass zwei Buchseiten einer Kopien entsprechen:

$$\frac{\text{Buchpreis}}{\text{Seitenanzahl}} \geq \frac{1}{2}\,\text{Seitenzahl} \cdot \text{Kopierkosten (1 Seite)} + \text{Arbeitsaufwand (in €)}$$

Mögliche methodische Umsetzung:
Einzel-, Partnerarbeit (Analyse des Modellierungsprozesses, Einfluss der Modellierungsannahmen berücksichtigen)

Puzzle

Viele fügen beim Puzzeln zuerst die Randteile zusammen. Bei dem nebenstehenden quadratischen (3x3) Puzzle ist man damit bereits mit dem gesamten Puzzle fast fertig, da nur noch das mittlere Teil fehlt.



a) Stelle eine Tabelle auf, in der du die Anzahl der Randteile und die entsprechende Anzahl der Innenteile quadratischer (nxn) Puzzles gegenüberstellst.

b) Gib mit Hilfe einer allgemeinen Formel an, wie viele Randteile ein nxn-Puzzle hat.

c) Gib mit Hilfe einer allgemeinen Formel an, wie viele Innenteile ein nxn-Puzzle hat.

d) Für welche Zahl n bei einem nxn-Puzzle hat man genauso viele Randteile wie Innenteile?

Hinweise zur Aufgabe „Puzzle“

Mögliche Lösung:

a)

Anzahl der Reihen	Anzahl der Randteile	Anzahl der Innenteile
1	1	0
2	4	0
3	8	1
4	12	4
5	16	9
6	20	16
7	24	25
8	28	36
9	32	49
n mit n>1	$(n-1)\cdot 4$ mit $n>1$	$(n-2)^2$ mit $n>1$

b) siehe Tabelle

c) siehe Tabelle

d) Der Tabelle ist zu entnehmen, dass dieser Wechsel zwischen der 6- und der 7-teiligen Reihe stattfindet.
Rechnerisch führt die Gleichung: $(n - 1) \cdot 4 = (n - 2)^2$ auf das Ergebnis $n \approx 6{,}8$.
➔ Es gibt also kein quadratisches Puzzle, bei dem die Anzahl der Randteile gleich groß ist wie die Anzahl der Innenteile.

Mögliche methodische Umsetzung:
Partnerarbeit (Förderung der Argumentationsfähigkeit und der Entwicklung heuristischer Strategien)

Auf großem Fuß ...

Florentino Anonuevo Jr. poliert in einem Sportzentrum auf den Philippinen das laut *Guiness Buch der Rekorde* weltgrößte Paar Schuhe mit einer Breite von 2,37 m und einer Länge von 5,29 m.

a) Wie groß wäre der Mensch ungefähr, dem dieses Paar Schuhe passen würde?

b) Was wäre ein angemessener Preis, den dieser Riese für seine Schuhe bezahlen müsste?

Hinweise zur Aufgabe „Auf großem Fuß ...“

Mögliche Lösung:

a) Bei einem realen Menschen mit einer Körpergröße von 1,75 m, der eine Schuhbreite von ca. 10 cm hat, müsste der Mensch, dem die Riesenschuhe passen, ca. 24mal (237 cm : 10 cm = 23,7) so groß sein, d.h. 1,75 m · 24 = 42 m.
Anmerkung: Die durch eine andere Körpergröße als Ausgangswert entstehenden abweichenden Ergebnisse können vergleichend besprochen werden. Ebenso ist zu thematisieren, ob sich die Schuhbreite tatsächlich proportional zur Körpergröße verhält.

b) Da ein solcher Riese mit 42 m ungefähr 24mal so groß wie ein durchschnittlicher Mensch ist, ist sein Schuh 24mal so lang, so breit und so hoch, hätte also das 24^3-fache Volumen eines Normalschuhs. Bei den folgenden Überlegungen werden lediglich die Mehrkosten für das Material berücksichtigt.
Für den Riesenschuh ergibt sich:

Annahme:	„Normale“ Schuhe werden für 80 € (20 € Material, 20 € Herstellung, 40 € Gewinnspanne) verkauft.
Schuhsohle:	Darauf entfallen 1/4 der Materialkosten; 5 € bei Normalschuhen; Preis Riesenschuhsohle = Materialkosten Normalschuh $\cdot 24^3 = 5 € \cdot 24^3 \approx 69\,000 €$
Obermaterial:	Darauf entfallen 3/4 der Materialkosten; 15 € bei Normalschuhen; Materialkosten Oberfläche Riesenschuhe = Materialkosten Oberfläche Normalschuh $\cdot 24^2 = 15 € \cdot 24^2 \approx 8\,600 €$

Der Riese müsste demnach ungefähr 80 000 € für seine Schuhe bezahlen.

Mögliche methodische Umsetzung:
Wachsende Gruppe → Präsentation (Förderung der Argumentationsfähigkeit und der Entwicklung heuristischer Strategien; Analyse des Modellbildungsprozesses)

Ein Bett im Kornfeld

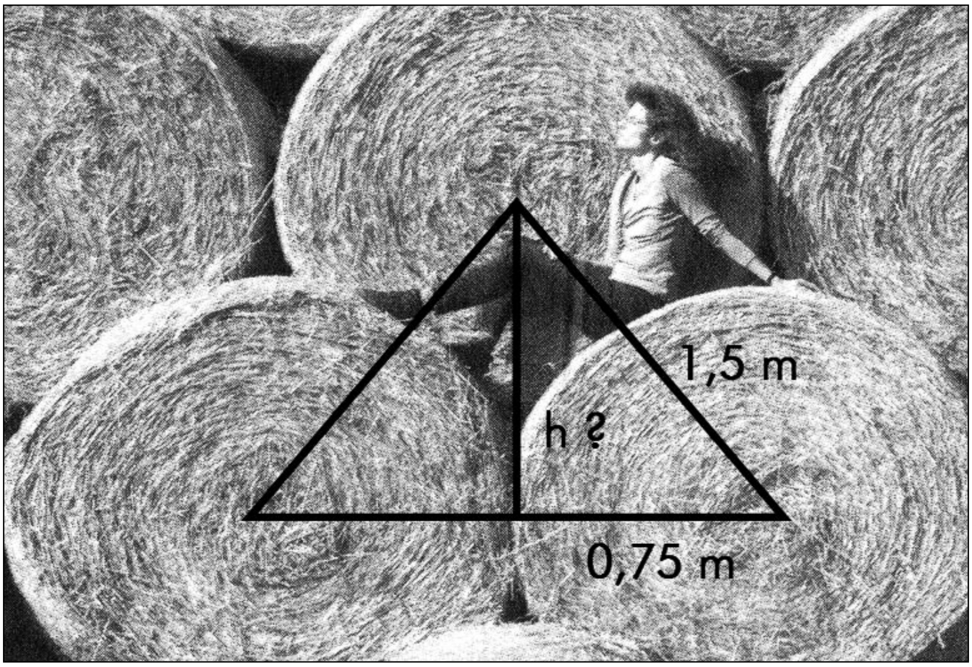
Am Ende des Sommers kann man auf den Feldern immer wieder „Berge“ aus Strohrollen bewundern. Die Strohrollen auf dem obigen Bild sind so aufgestapelt worden, dass in der untersten Reihe fünf, in der nächsten Reihe vier, dann drei, dann zwei und ganz oben nur noch eine Strohrolle liegen.

Versuche so genau wie möglich herauszufinden, wie hoch der gesamte Strohrollen-Berg ist.

Hinweise zur Aufgabe „Ein Bett im Kornfeld“

Mögliche Lösung:

Die erste Annahme, die man treffen kann, ist die, dass der Durchmesser einer Strohrolle etwas kleiner zu sein scheint, als die Größe der Frau; also ungefähr 1,5 m. Des Weiteren kann man annehmen, dass die Strohballen sich nicht gegenseitig eindrücken, sie alle gleich groß sind und ohne Lücken aufgestapelt worden sind. Mit Hilfe des Satzes des Pythagoras lässt sich der Höhenunterschied h zwischen den Mittelpunkten der Strohrollen bestimmen:



$h^2 = (1{,}5\ m)^2 - (0{,}75\ m)^2$ also $h \approx 1{,}3$ m.
Daraus ergibt sich für die Gesamthöhe H des „Berges“:
H = 0,75 m (*der Abstand des Mittelpunkts der untersten Rollen zur Erde*) + 4 · 1,3 m + 0,75 m (*der Abstand des Mittelpunkts der obersten Rolle bis zur Spitze*) = 6,7 m.

Mögliche methodische Umsetzung:
Wachsende Gruppe ➔ Präsentation (Förderung der Argumentationsfähigkeit und der Entwicklung heuristischer Strategien; Analyse des Modellbildungsprozesses)

Riesen-Fliegen

Zu groß für die Patsche: Genau 100 Mal so groß wie eine übliche Stubenfliege ist dieses Exemplar aus Beton. Gebaut hat sie Franz Gruß aus dem ostsächsischen Kleinwelka bei Bautzen. Seit 1978 baut Gruß Tiere aus Beton. Begonnen hat er mit Sauriern. Sein Park mit den Betonfiguren ist auch über die Grenzen Sachsens hinaus bekannt.

Der Reporter des obigen Artikels schreibt, dass die Fliege „genau 100 Mal so groß“ wie eine übliche Stubenfliege ist.
Was sagst du dazu? Schreibe einen Leserbrief.

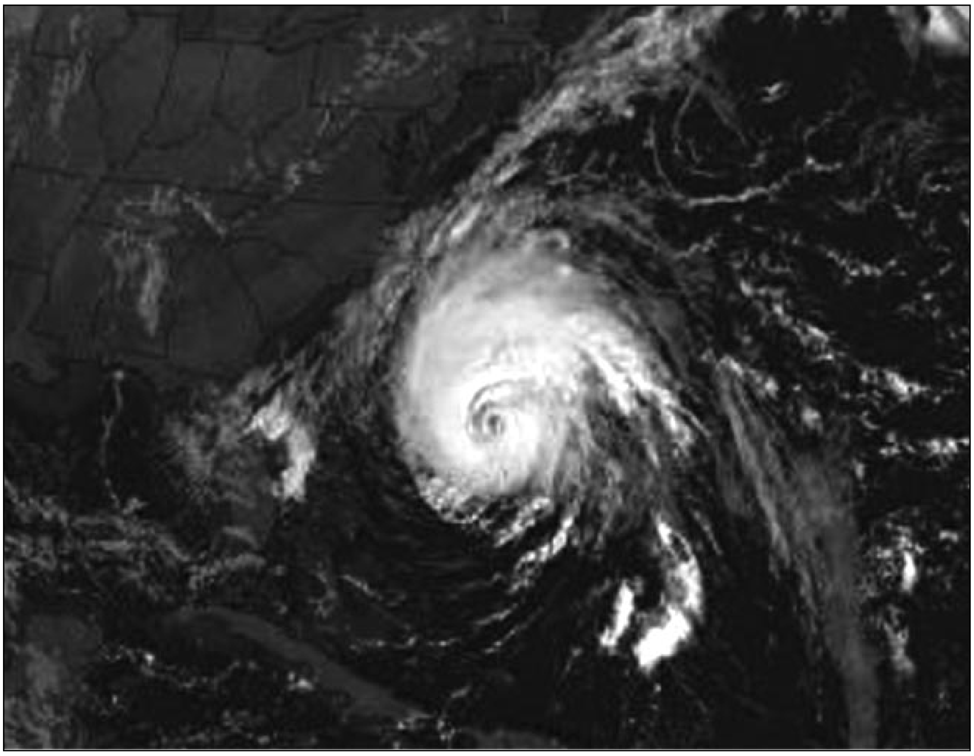
Hinweise zur Aufgabe „Riesen-Fliegen“

Mögliche Lösung:

Der Leserbrief sollte die Größen-Problematik aufgreifen und zu dem Ergebnis kommen, dass die auf dem Foto dargestellte Riesen-Fliege wahrscheinlich 100mal länger, 100mal breiter und 100mal höher als eine normale Stubenfliege ist. Damit ist sie aber nicht 100mal größer, sondern eine Million ($100 \cdot 100 \cdot 100 = 10^6$) mal so groß wie eine normale Stubenfliege, d.h. sie hat das millionenfache Volumen.

Mögliche methodische Umsetzung:
Einzelarbeit (Übung)

Isabell



Maßstab 1: 28 000 000

Die obige Satellitenaufnahme zeigt den Sturm Isabell. Dieser befand sich am 17.09.03 über dem Atlantik noch kurz vor der amerikanischen Küste. Über 100.000 Menschen hatten ihre Häuser und Wohnungen in den gefährdeten Küstengebieten verlassen. Mehrere Millionen Amerikaner in den Bundesstaaten North Carolina, Virginia und Maryland sowie in der Hauptstadt Washington rüsteten sich gegen den 170 km/h schnellen Sturm, der in der nächsten Nacht das Festland treffen sollte.

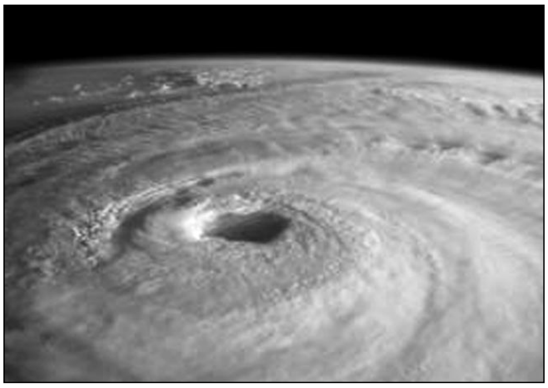
a) Wie groß ist die auf dem Bild dargestellte Fläche, über die sich der Sturm erstreckt?

b) Mit welcher realen Fläche kann man das Ergebnis aus a) vergleichen? (Man kann z.B. 100 m^2 mit der Fläche einer 4 bis 5-Zimmer-Wohnung vergleichen.)

Hinweise zur Aufgabe „Isabell“

Mögliche Lösung:

a) Versucht man die Fläche der Wolkenformation (der eigentliche Wirbelsturm ist kleiner als die gesamte auf dem Bild dargestellte Wolkenformation; Wirbelstürme können einen Durchmesser von bis zu 500 km erreichen) durch einen Kreis mit einem Durchmesser von 3 cm anzunähern, dann ergibt sich für den realen Flächeninhalt:



$3 \text{ cm} \cdot 28\,000\,000 = 840 \text{ km}$ = Durchmesser der Wolkenformation
$A = \pi \cdot 420^2 \text{ km}^2 \approx 554\,000 \text{ km}^2$

b) Dies entspricht ungefähr der Größe Frankreichs (einschließlich Korsika): $543\,965 \text{ km}^2$.

Mögliche methodische Umsetzung:
Wachsende Gruppe ➔ Präsentation (Förderung der Argumentationsfähigkeit und der Entwicklung heuristischer Strategien; Analyse des Modellbildungsprozesses)

Ein Licht ist aufgegangen

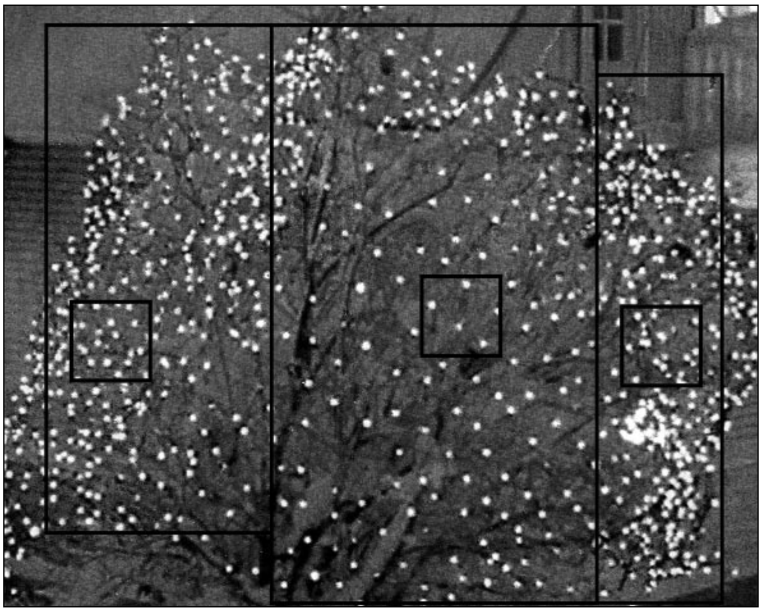
In der Weihnachtszeit machen viele Geschäfte Werbung für Lichterketten und Lichternetze für den Garten; so auch ein Baumarkt mit der folgenden Anzeige:

a) Versuche herauszufinden, welche der beiden angebotenen Lichterketten auf dem Bild abgebildet ist. Beschreibe wie du dabei vorgehst.
b) Welcher Eindruck wird durch diese Werbung vermittelt?

Hinweise zur Aufgabe „Ein Licht ist aufgegangen“

Mögliche Lösung:

a) Man kann den dargestellten Baum grob in drei rechteckige Bereiche mit jeweils etwa gleichmäßig verteilten Lampen einteilen (Die Lampen außerhalb der Bereiche „fehlen“ im Inneren). Nun zählt man jeweils die Lampen eines Zentimeterquadrats und multipliziert diese Anzahl mit der Maßzahl des dazugehörigen Flächeninhalts des jeweiligen Bereichs:



Bereich1:	22 Lichter in 1 cm², da der Bereich1 insgesamt ca. 18 cm² hat, sind in diesem Bereich ca. $22 \cdot 18 = 396$ Lichter
Bereich2:	5 Lichter in 1 cm², da der Bereich2 insgesamt ca. 30 cm² hat, sind in diesem Bereich ca. $5 \cdot 30 = 150$ Lichter
Bereich3:	21 Lichter in 1 cm², da der Bereich3 insgesamt ca. 10 cm² hat, sind in diesem Bereich ca. $21 \cdot 10 = 210$ Lichter

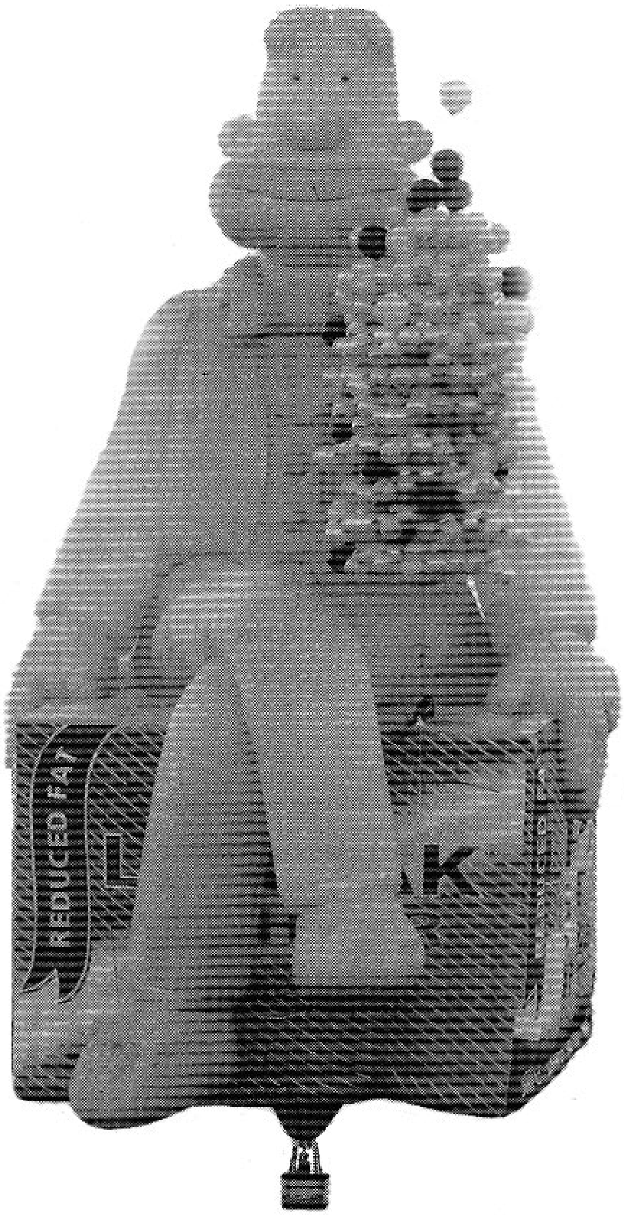
Insgesamt beleuchten also ungefähr 750 Lampen diesen Baum. Insofern handelt es sich auf der Abbildung entweder um mehrere der angebotenen Lichternetze oder um ein völlig anderes Lichternetz.

b) Man gewinnt den Eindruck, man könne für knapp 20 € ein Lichternetz wie es auf dem Bild dargestellt ist kaufen. Möchte man allerdings so viele Lampen wie auf dem Bild haben, muss man fünf von den (billigeren!) Lichternetzen mit je 160 Lampen kaufen und somit ca. 100 € bezahlen.

(Alternative Schätzstrategien: siehe Leiß, 2003, S. 71-78)

Mögliche methodische Umsetzung:
Wachsende Gruppe → Präsentation (Förderung der Kritik- und Argumentationsfähigkeit; Analyse des Modellbildungsprozesses)

Über den Wolken



Luftiger Weltrekord

Der britische Ballon-Pilot Ian Ashpole hat einen luftigen Rekord gebrochen: Mit einem großen Hilfsballon in Form einer menschlichen Puppe stieg er auf 1500 Meter Höhe, löste sich dort mit 600 heliumgefüllten Ballons und schwebte bis auf 3300 Meter weiter hinauf. Dort schnitt er die Ballons ab und stürzte sich mit einem Fallschirm in die Tiefe. *(Foto: dpa)*

Wie viel mal größer als Ian Ashpole ist das Ballonmännchen?

Hinweise zur Aufgabe „Über den Wolken“

Mögliche Lösung:

Man kann die Abschätzung treffen, dass der auf dem Foto mit 0,8 cm Länge dargestellte Ian Ashpole in der Realität etwa 1,8 m groß ist. Das Ballonmänchen kann man mit 17 cm Größe (8 cm für Kopf und Rumpf, 5 cm für Unterschenkel und Fuß als messbare Werte und 4 cm für den Oberschenkel als aus dem Vergleich mit realen Proportionen erhaltenen Wert) abschätzen. Damit ist das Ballonmänchen ungefähr 21mal so groß wie Ian Ashpole (also ca. 38 m groß).
Mögliche Variationen: Nimmt man Ian Ashpoles reale Größe mit 1,75 m an, so wäre das Ballonmänchen ca. 37 m groß, bei 1,90 m etwa 40 m.

Mögliche methodische Umsetzung:
Wachsende Gruppe → Präsentation (Förderung der Argumentationsfähigkeit und der Entwicklung heuristischer Strategien; Analyse des Modellbildungsprozesses)

Teil 4: Anhang

Literaturhinweise

Biermann, Mark; Wiegand, Bernd; Blum, Werner: Nicht „irgendwie“, sondern zielgerichtet Aufgaben verändern. In: Aufgaben – Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln. Friedrich Jahresheft 2003, S. 32-35.

Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung: Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. Bonn 1997.

Dockhorn, Christian; Leiß, Dominik: PISA weitergedacht – Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematik-Unterricht. Hrsg. Hessisches Landesinstitut für Pädagogik. Wiesbaden 2002.

Hugenschmidt, Bettina; Technau, Anne: Methoden schnell zur Hand. 58 schüler- und handlungsorientierte Unterrichtsmethoden. Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2002.

Leiß, Dominik: Arbeitstechniken im Mathematikunterricht. Begriffsklärung, Beispiele und empirische Erhebungen, Kassel 2003.

Neubrand, Michael et al. (Deutsche PISA-Expertengruppe): Grundlagen der Ergänzung des internationalen PISA-Mathematik-Tests in der deutschen Zusatzerhebung. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 33 (2001) 2, S. 45-59.

Reusser, K.: Denkstrukturen und Wissenserwerb in der Ontogenese. In: Klix, F.; Spada, H. (Hg.): Enzyklopädie der Psychologie. Kognition. Göttingen 1998, S. 115-166.

Winter, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61 (1995), S. 37-46.

Abbildungsnachweis

Ägyptische Kürbisse (Titel, S. 7 u. 14)	Foto: Associated Press AP; Abdruck nach Hessisch Niedersächsische Allgemeine vom 04.09.2002
Weihnachtliche Rechnung (S. 20)	Foto und Text: dpa
00 (S. 22)	Werbeprospekt Hammer Heimtex-Fachmarkt B39-03/VC
15€-Euro-Schein (S. 26)	Werbeprospekt Fa. OTTO, 10/2003
Kühles Nass (S. 29)	Werbeprospekt Herkules Baumarkt
Komposter (S. 31)	Werbeprospekt Lafiora (Hornbach)
Crash hour (S. 36)	Berufsgenossenschaft für Gesundheitsdienst und Wohlfahrtspflege (BGW), http://www.bgw-online.de/downloads/141/uhr.jpg vom 19.03.2004
Kneipensterben (S. 38 u. 39)	Hessisch Niedersächsische Allgemeine vom 05.02.2003 und vom 24.01.2004
Ein (teurer?) Platz in der ersten Reihe (S. 40)	Hessisch Niedersächsische Allgemeine vom 09.10.2003
100-Meter-Lauf (S. 44f)	www.sport1.at/coremedia/generator/id=1595616.html vom 17.11.2003
Wahrscheinlich unwahrscheinlich (S. 47)	Zeitungsartikel verändert entnommen aus: http://www.physiologus.de/labysfrm.htm (21.11.2003), nach Tagesspiegel vom 20.12. 2002
WasserMaxx (S. 50)	Werbeprospekt Fa. OTTO, 10/2003
Auf großem Fuß … (S. 55)	www.portale.web.de/Schlagzeilen/BilddesTages
Ein Bett im Kornfeld (S. 57)	Foto: dpa; Hessisch Niedersächsische Allgemeine vom 23.09.2003
Riesen-Fliegen (S. 59)	Foto: dpa; www.portale.web.de/Schlagzeilen/BilddesTages vom 15.11.2003
Ein Licht ist aufgegangen (S. 62)	Werbeprospekt Bahr Baumarkt, November 2003
Über den Wolken (S. 64)	Foto: dpa; Hessisch Niedersächsische Allgemeine vom 29.10.2002

Die Autoren

Christina Drüke-Noe ist Studienrätin mit den Fächern Mathematik und Englisch am Schwalmgymnasium Treysa und als Fachberaterin Mathematik an das Staatliche Schulamt des Landkreises Waldeck-Frankenberg und des Kreises Schwalm-Eder abgeordnet sowie als Mitarbeiterin der Qualitätsinitiative SINUS am HeLP Fritzlar tätig.

Dominik Leiß ist wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Kassel im interdisziplinären DISUM-Projekt (Erziehungswissenschaft/Mathematikdidaktik) und in der Kasseler Forschergruppe „Empirische Bildungsforschung“.

Qualitätsinitiative SINUS Sinus-Transfer

PISA und die Folgen: Zum Entstehungskontext der vorliegenden Arbeit

Mit der vorliegenden Broschüre setzen wir unsere Sammlung an Mathematik-Aufgaben nach der PISA-Konzeption fort. Die erste Aufgabensammlung erschien 2002 in der HeLP-Reihe „Materialien zum Unterricht" (Heft 152) unter dem Titel „PISA weitergedacht. Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematik-Unterricht" (Autoren: Christian Dockhorn und Dominik Leiß) und stieß innerhalb der Lehrerschaft auf ein hohes Interesse.

Beide Veröffentlichungen sind im Arbeitszusammenhang des **HeLP-Projekts „PISA und Schulentwicklung"** entstanden, das die PISA-Studie als einen Impuls für die Schul- und Unterrichtsentwicklung begreift. In verschiedenen Arbeitsvorhaben wurden auf der Grundlage der PISA-Rahmenkonzeption und vor dem Hintergrund der Forschungsergebnisse Handlungsperspektiven in den Bereichen Lesekompetenz, mathematische Grundbildung, naturwissenschaftliche Grundbildung und überfachliche Kompetenzen entwickelt. Bisher sind in diesem Zusammenhang in der von Ulrich Steffens und Rudolf Messner herausgegebenen HeLP-Reihe „Folgerungen aus PISA für Schule und Unterricht" erschienen:

– in 2003: „Macht PISA Schule? Perspektiven der Schulentwicklung";
– in 2004: „Neue Zugänge zum Lesen schaffen – Lesekompetenz und Leseförderung nach PISA".

Weitere Veröffentlichungen zum selbstständigen Lernen und zur Grundschulpädagogik im Kontext der internationalen Studie PIRLS / IGLU werden in 2005 folgen.

Was die unterrichtspraktischen Folgerungen aus PISA für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht anbelangt, so bestätigen die Befunde zu PISA 2003 einmal mehr, dass man mit der **Qualitätsinitiative SINUS** „auf dem richtigen Weg" ist. Die Qualitätsinitiative SINUS wird vom HeLP in Kooperation mit den hessischen Modellversuchen SINUS, dem Zentrum für Mathematik e. V. und Fachdidaktiken hessischer Hochschulen seit 2001 betrieben.

In Hessen arbeiteten bislang zwei Vorhaben unter dem Kurznamen „SINUS": der BLK-Modellversuch „SINUS-Transfer" und die „Qualitätsinitiative SINUS".[1] In beiden Vorhaben wird an der Weiterentwicklung der Unterrichtsqualität im Fach Mathematik bzw. den naturwissenschaftlichen Fächern gearbeitet. Diese muss in erster Linie durch einen Schulentwicklungsprozess vorangebracht werden. Eine Aussicht auf eine nachhaltige Weiterentwicklung besteht nur bei gemeinsamer Arbeit der Lehrkräfte in den Fachgruppen. Nach Abschluss des BLK-Modellversuchs „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts", für den sich innerhalb der Laufzeit (1998-2003) das Kürzel „SINUS" eingebürgert hat, beteiligt sich das Land Hessen seit dem 1.8.2003 am Nachfolgeprojekt **„SINUS-Transfer"**. An dem Projekt arbeiten 51 Schulen mit, die in sechs Schulsets zusammengefasst sind.[2] Von dem darauf folgenden Schuljahr an werden die Qualitätsinitiative SINUS und der Modellversuch SINUS-Transfer zu einem Projekt **„SINUS Hessen"** zusammengeführt, an dem sich deutlich mehr Schulen als bisher beteiligen können.

Gemeinsam für die Qualitätsinitiative SINUS, den abgeschlossenen Modellversuch SINUS und für den laufenden Modellversuch SINUS-Transfer sind die **Zielsetzungen in der Qualitätsentwicklung des Fachunterrichts.** Dazu gehört insbesondere die Orientierung an einer mathematischen wie an einer naturwissenschaftlichen Grundbildung. Zielsetzungen für den Unterricht sind die fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung, die kognitive Aktivierung der Schülerinnen und Schüler und eine effiziente und schülerorientierte Unterrichtsführung. Gemeinsam ist weiterhin die grundlegende Arbeitsweise als Prozess von Fachgruppen, die diesen Prozess selbst gestalten, mit anderen Schulen kommunizieren und zusätzliche Unterstützung erfahren. Während die Qualitätsinitiative SINUS mit drei bis fünf Veranstaltungen Impulse über einen sehr begrenzten Zeitraum setzt, steht im Modellversuch SINUS-Transfer der kontinuierliche, zweijährige Arbeitsprozess in den Fachgruppen an gemeinsamen Zielsetzungen im Zentrum.

Weitere Informationen:
Hessenseite: www.sinus-hessen.de
Bundesseite: www.sinus-transfer.de

Ulrich Steffens (Leiter des HeLP-Projekts „PISA und Schulentwicklung");
Michael Katzenbach (Landeskoordinator des hessischen BLK-Projekts „SINUS-Transfer")

[1] Für nähere Informationen vergleiche Annerose Neeb-Fleckner und Gerhard Sauer: Die Formel stimmt. HeLP setzt mit der Qualitätsinitiative SINUS zur Weiterentwicklung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts einen zentralen Arbeitsschwerpunkt. In: Pro Schule, Heft 1, 2002, S. 25 –30, Frankfurt/M.: HeLP.

[2] Vier Modellversuchs-Schulsets arbeiten an der Weiterentwicklung des Unterrichts im Fach Mathematik, davon je ein Schulset in Nord- und Mittelhessen, zwei in Südhessen. Des Weiteren widmet sich je ein Schulset in Nord- bzw. Südhessen dem naturwissenschaftlichen Unterricht.